Cálculo I	**Lista zero** , 25 de dezembro de 2014
Números racionais	**tarcisio.praciano@gmail.com**
prof. T. Praciano-Pereira	**Sobral Matemática**
página	**www.calculo.sobralmatematica.org**
25 de dezembro de 2014	produzido com LaTeX Debian/Gnu/Linux

Objetivo Lembrar a estrutura dos números.
Palavras chave números naturais, números inteiros, números racionais
Exercícios

1. Números naturais
   (a) (V)[ ](F)[ ] O conjunto dos números naturais é formado por todos os números inteiros.
   (b) (V)[ ](F)[ ] O conjunto dos números naturais é formado por todos os números inteiros positivos e o zero é um número positivo.
   (c) (V)[ ](F)[ ] O zero tanto é positivo cono negativo.
   (d) (V)[ ](F)[ ] A operação **adição** é uma operação binária definida no conjunto $\mathbf{N}$ dos números naturais, e suas propriedades são:
      i. A-1 Existe um elemento neutro para a **adição**
      ii. A-2 Todo número natural tem um *inverso aditivo*.
      iii. A-3 A *adição* é comutativa.
      iv. A-4 A *adição* é associativa.
   (e) (V)[ ](F)[ ] A operação **adição** é uma operação binária definida no conjunto $\mathbf{N}$ dos números naturais, e suas propriedades são:
      i. A-1 Existe um elemento neutro para a **adição**
      ii. A-3 A *adição* é comutativa.
      iii. A-4 A *adição* é associativa.
2. Números naturais
   (a) (V)[ ](F)[ ] A operação **multiplicação** é uma operação binária definida no conjunto $\mathbf{N}$ dos números naturais, e suas propriedades são:
      i. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**
      ii. M-2 Todo número natural tem um *inverso multiplicativo*.
      iii. M-3 A *multiplicação* é comutativa.
      iv. M-4 A *multiplicação* é associativa.
   (b) (V)[ ](F)[ ] A operação **multiplicação** é uma operação binária definida no conjunto $\mathbf{N}$ dos números naturais, e suas propriedades são:
      i. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**

ii. M-3 A *multiplicação* é comutativa.

iii. M-4 A *multiplicação* é associativa.

(c) (V)[ ](F)[ ] O conjunto $\mathbf{B} = \{0, 1\}$, dos números binários, munido da adição definida pela tabela

+	0	1
0	0	1
1	1	0

tem as propriedades

i. A-1 Existe um elemento neutro para a **adição**

ii. A-2 Todo número natural tem um *inverso aditivo.*

iii. A-3 A *adição* é comutativa.

iv. A-4 A *adição* é associativa.

(d) (V)[ ](F)[ ] O conjunto $\mathbf{B} = \{0, 1\}$ é o conjunto dos números binários munido da multiplicação definida pela tabela

*	0	1
0	0	0
1	0	1

tem as propriedades

i. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**

ii. M-2 Todo número binário diferente de zero tem um *inverso multiplicativo.*

iii. M-3 A *multiplicação* é comutativa.

iv. M-4 A *multiplicação* é associativa.

(e) (V)[ ](F)[ ] As operações **adição** e **multiplicação** são operações binárias definidas no conjunto $\mathbf{N}$ valendo as propriedades

i. A-1 Existe um elemento neutro para a **adição**

ii. A-3 A *adição* é comutativa.

iii. A-4 A *adição* é associativa.

iv. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**

v. M-3 A *multiplicação* é comutativa.

vi. M-4 A *multiplicação* é associativa.

vii. AM-1 O elemento neutro da adição, zero, multiplicado por qualquer número natural resulta em zero.

viii. AM-2 A multiplicação é distributiva relativamente à adição.

Estas mesmas propriedades valem para o conjunto $\mathbf{B} = \{0, 1\}$ com as operações de adição e multiplicação definidas anteriormente.

3. O conjunto **H**

$$\mathbf{H} = \{1, 2, 3, \cdots, 9, 10, 11, 12\}$$

das horas do relógio,

(a) (V)[ ](F)[ ] Com a operação de adição de horas, **H** tem as propriedades,

   i. A-1 Existe um elemento neutro para a adição de horas
   ii. A-2 Toda hora tem um *inverso aditivo.*
   iii. A-3 A *adição* de horas é comutativa.
   iv. A-4 A *adição* de horas é associativa.

(b) (V)[ ](F)[ ] Não tem sentido definir uma multiplicação no conjunto **H** que seja compatível com seu significado como horas do dia.

(c) (V)[ ](F)[ ] No conjunto **H** com a adição de horas, a sequência de cálculos está corretamenta justificada:

- $x + 7 = 5$
- $(x + 7) + 5 = 5 + 5$ **A -1**
- $x + (7 + 5) = 10$ **A -2**
- $x + 12 = 10$
- $x = 10$ **A -3**

(d) (V)[ ](F)[ ] No conjunto **H** com a adição de horas, a sequência de cálculos está corretatamenta justificada:

- $x + 7 = 5$
- $(x + 7) + 5 = 5 + 5$ **A - 2**
- $x + (7 + 5) = 10$ **A - 4**
- $x + 12 = 10$
- $x = 10$ **A - 1**

(e) (V)[ ](F)[ ] A equação $4x + 7 = 31$ não tem sentido no conjunto das horas uma vez que não foi definida uma multiplicação.

4. Melhorando **N**

Podemos *inventar* novos elementos, para completar **N**, produzindo o conjunto **Z**, dos *números inteiros.* Os novos elementos inventados receberam os símbolos $-1, -2, \ldots$ que nos habituamos a ver como o sinal de subtração anexado a cada um dos números naturais, valendo as regras,

$$-0 = 0; -(-a) = a;$$

(a) (V)[ ](F)[ ] Com a invenção dos novos elementos o conjunto **Z** com a adição tems as propriedades:

   i. A-1 Existe um elemento neutro para a **adição**
   ii. A-2 Todo número inteiro tem um *inverso aditivo.*
   iii. A-3 A *adição* é comutativa.
   iv. A-4 A *adição* é associativa.

(b) (V)[ ](F)[ ] É possível extender a multiplicação de **N** ao conjunto **Z** e então as propriedades

i. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**
ii. M-2 Todo número natural tem um *inverso multiplicativo.*
iii. M-3 A *multiplicação* é comutativa.
iv. M-4 A *multiplicação* é associativa.

valem.

(c) (V)[ ](F)[ ] É possível extender a multiplicação de **N** ao conjunto **Z** mas nem todas propriedades

i. M-1 Existe um elemento neutro para a **multiplicação**
ii. M-2 Todo número natural tem um *inverso multiplicativo.*
iii. M-3 A *multiplicação* é comutativa.
iv. M-4 A *multiplicação* é associativa.

valem.

(d) (V)[ ](F)[ ] As propriedades

i. A-1 Existe um elemento neutro relativamente à **adição**
ii. A-2 Existe um inverso para todo número inteiro, relativamente à **adição** (inverso aditivo).
iii. A-3 A *adição* é comutativa.
iv. A-4 A *adição* é associativa.
v. M-1 Existe um elemento neutrorelativamente à **multiplicação**
vi. M-3 A *multiplicação* é comutativa.
vii. M-4 A *multiplicação* é associativa.
viii. AM-1O elemento neutro da adição, zero, multiplicado por qualquer número natural resulta em zero.
ix. AM-2 a multiplicação é distributiva relativamente à adição.

valem no conjunto **Z** munido das adição e multiplicação usuais.

(e) (V)[ ](F)[ ] A equação $4x + 7 = 31$ é possível, mas não temos regras para resolvê-la no conjunto dos números inteiros, não sabemos como resolvê-la, um programa de computador diria que esta equação é impossível alimentado com as regras acima. Tente resolver esta equação fazendo uso apenas das regras 4d.

5. Função, gráfico e valores Na figura (1) página 5, se encontra o gráfico da função $y = f(x)$

(a) (V)[ ](F)[ ] O domínio da função cujo gráfico aparece na figura (1) é o intervalo $[-3, 3]$.

(b) (V)[ ](F)[ ] O domínio da função cujo gráfico aparece na figura (1) é o intervalo $[-1.5, 1.5]$.

(c) (V)[ ](F)[ ] O conjunto de valores de da função cujo gráfico aparece na figura (1) está contido no intervalo $[-1, 1.]$.

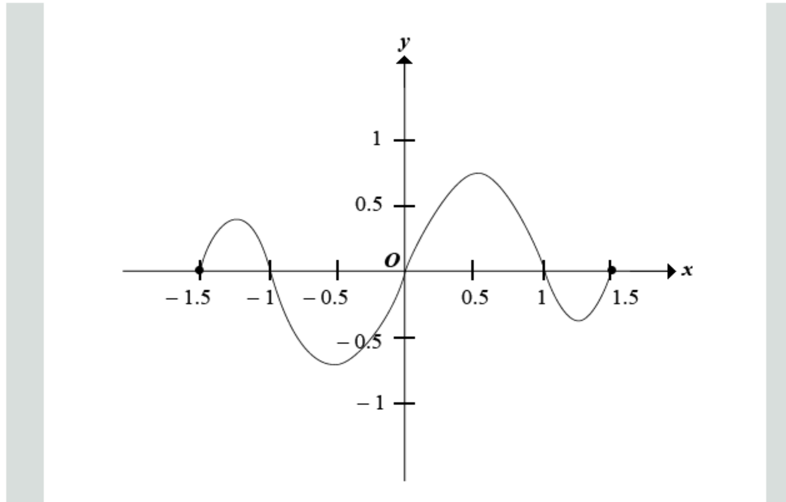

Figura 1: Gráfico de uma função

(d) (V)[ ](F)[ ] Considerando a função $y = f(x)$ cujo gráfico aparece na figura (1) a equação $f(x) = 0.2$ tem 5 raízes.

(e) (V)[ ](F)[ ] Considerando a função $y = f(x)$ cujo gráfico aparece na figura (1) a equação $f(x) = -0.2$ tem 4 raízes.

6. Geometria Uma escada que mede 25 metros está apoiada à parede de um prédio com a parte inferior a 7 metros da base do edifício. A parte superior da escada escorrega, para baixo, 4 metros.

   (a) (V)[ ](F)[ ] A parte inferior vai ficar a 25 metros da base do prédio.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A parte inferior vai ficar a 12 metros da base do prédio.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A parte inferior vai ficar a menos de 8 metros da base do prédio.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A parte inferior vai ficar a 17 metros da base do prédio.

   (e) (V)[ ](F)[ ] A parte inferior vai ficar a 15 metros da base do prédio.

7. Discursiva Esta lista mostra que o conjunto dos números inteiros, embora sendo uma melhoria do conjunto dos números naturais, é ainda um conjunto deficiente para as operações que precisamos. Faça uma redação mostrando como corrigir isto, definindo um novo conjunto em que todas as operações (equações do primeiro grau) possam funcionar como esperamos. Este é o conjunto dos números racionais. Mostre como representar geometricamente os números racionais.