



Cálculo I
Limite
prof. T. Praciano-Pereira

Lista número 03, 29 de agosto de 2010
tarcisio.praciano@gmail.com
Dep. de Computação UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org

Documento produzido com L^AT_EX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 06 de Setembro, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

Sucessão, limite, limite de funções

Palavras chave comportamento assintótico, limite, número, sucessão, Teorema Fundamental do Cálculo Integral (caso polinomial)

0.0.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

Acrescente estas perguntas como última questão do trabalho, ela não será avaliada, mas será usada na correção do planejamento.

- Você encontrou alguma coisa interessante nos trabalhos? indique o que.
- Do ponto de vista de “objetividade”, você tem alguma crítica quanto à estrutura dos trabalhos? especifique.
- Quando eu elaborar a correção, quais são os itens que você gostaria que eu discutisse de forma mais cuidadosa, dentre as questões dos trabalhos.
- Na sua opinião, você está levando à sério os seus estudos, *se envolvendo*?

Seja sincer@ e honest@, analise também a forma como você está se havendo, e não tenha dúvidas quanto a criticar o meu trabalho. Observe também que ao fazer esta pequena redação você estará se obrigando a refletir sobre a disciplina o vai conduzi-l@ a um melhor aprendizado.

Sucessões são funções definidas no conjunto dos números naturais.

Notação 1 (sucessão) Sucessão

Se s designar uma sucessão, em vez de indicar o seu valor no ponto n como $s(n)$, usamos a notação s_n e fazemos referência a uma sucessão escrevendo

$$s = (s_n)_{n \in \mathbf{N}}$$

mas as vezes, por comodidade, escrevemos apenas

$$s = (s_n)$$

omitindo a indicação ao conjunto de índices que em geral sempre é o conjunto dos números naturais.

0.1 Exercícios

1. limite zero Sucessões que convergem para zero.

- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n+1}{n})$ tem limite zero.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n+1}{n^2})$ tem limite zero.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n^2+1}{n^2})$ tem limite zero.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n^2+1}{n^3})$ tem limite zero.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n^2+3n+10}{n^3})$ tem limite zero.

2. Sucessão limitada ou ilimitada

- (V)[](F)[] A sucessão $(n)_{n \in \mathbf{N}}$ é uma sucessão limitada.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ é uma sucessão limitada.
- (V)[](F)[] A sucessão $(n)_{n \in \mathbf{N}}$ é uma sucessão ilimitada.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ tem limite zero.
- (V)[](F)[] A sucessão $(\frac{1}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ tem limite zero.

3. Sucessão limitada, ilimitada ou com limite zero

- (V)[](F)[] - sucessão ilimitada A sucessão $(s_n = n)_{n \in \mathbf{N}}$ satisfaz à sentença “para todo número real $L > 0$, existe um índice n_0 tal que, se $n > n_0$ então $s_n > L$ ” quer dizer que não pode haver uma cota superior para a sucessão dos números naturais.
- (V)[](F)[] - sucessão limitada A sucessão “ $t = \text{distância máxima percorrida por um pêndulo em cada minuto } n$ ” tem duas cotas, uma superior e outra inferior. Então para t vale “existe um número real $L > 0$, existe um índice n_0 tal que, se $n > n_0$ então $|s_n| < L$ ” associando (n_0, L) .
- (V)[](F)[] - sucessão que converge para zero A sucessão $(s_n = \frac{1}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ satisfaz à sentença “qualquer que seja o número positivo ϵ , existe um índice n_0 tal que, se $n > n_0$ então $|s_n| < \epsilon$ ” associando (n_0, ϵ) .
- (V)[](F)[] Uma sucessão que convirja para zero (tenha limite zero) é uma sucessão limitada.
- (V)[](F)[] Uma sucessão limitada converge para zero (tem limite zero).

4. Somas de sucessões - somas de limites

- (V)[](F)[] A sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ é a soma das sucessões, $t_n = 1$ e $t_n = \frac{1}{n}$.
- (V)[](F)[] A sucessão $(s_n = \frac{1}{n^3})_{n \in \mathbf{N}}$ é o produto das sucessões, $t_n = \frac{1}{n}$ e $t_n = \frac{1}{n^2}$.

- (c) $(V)[\](F)[\]$ A sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ tem limite 1 porque é a soma de uma sucessão constante, 1, uma sucessão que converge para zero.
- (d) $(V)[\](F)[\]$ A sucessão $(s_n = \frac{3n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ tem limite 4.
- (e) $(V)[\](F)[\]$ A sucessão $(s_n = \frac{3n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ tem limite 3.

5. Função e limite A função $f(x) = x^2$ será usada nos itens desta questão.

- (a) $(V)[\](F)[\]$ Se $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ então $\lim_n f(s_n) = 3$.
- (b) $(V)[\](F)[\]$ Se $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ então $\lim_n f(s_n) = 1$, que é o quadrado do limite da sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$.
- (c) $(V)[\](F)[\]$ $(s_n = \frac{2n+3}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$; $\lim_n s_n = 3$
- (d) $(V)[\](F)[\]$ $(s_n = \frac{2n+3}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$; $\lim_n s_n = 2$
- (e) $(V)[\](F)[\]$ $(s_n = \frac{5n-3}{n+1})_{n \in \mathbf{N}}$; $\lim_n s_n = -3$

6. limite

- (a) $(V)[\](F)[\]$ $\lim_n \frac{n^2+3n+5}{n^2} = 1$
- (b) $(V)[\](F)[\]$ $\lim_n \frac{n^2+3n+5}{n^3} = 0$
- (c) $(V)[\](F)[\]$ $\lim_n \frac{n^3+30n+50}{n^3} = 1$
- (d) $(V)[\](F)[\]$ $\lim_n \frac{50n^3+30n+50}{n^4} = 0$
- (e) $(V)[\](F)[\]$ $\lim_n \frac{50n^4+30n+50}{n^4} = 50$

7. Função e limite A função $f(x) = x^2$ é usada nos itens desta questão.

- (a) $(V)[\](F)[\]$ $s_n = \frac{n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim_n f(s_n) = 1$
- (b) $(V)[\](F)[\]$ $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim_n f(s_n) = 3$
- (c) $(V)[\](F)[\]$ $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim_n f(s_n) = 9$
- (d) $(V)[\](F)[\]$ $s_n = \frac{n^2+3n+5}{2n^2}$ então $\lim_n f(s_n) = \frac{1}{4}$
- (e) $(V)[\](F)[\]$ $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{2n^2}$ então $\lim_n f(s_n) = \frac{9}{4}$

8. Teorema Fundamental do Cálculo Integral

- (a) $(V)[\](F)[\]$ $\int_0^x 3t^2 + 5tdt = t^3 + t^2 + C$
- (b) $(V)[\](F)[\]$ $\int_0^x 3t^2 + 5tdt = t^3 + \frac{5}{2}t^2$

- (c) $(V)[\](F)[\]$ Uma primitiva da função $f(t) = 3t^2 + 5t$ é a função $t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10$

(d) $(V)[\](F)[\]$ $\int_0^a 5x^4 dx = x^5$

(e) $(V)[\](F)[\]$ $\int_{-3}^3 x^5 dx = 0$