Cálculo I	**Lista zero-c** , 11 de agosto de 2010
Indução finita	**tarcisio.praciano@gmail.com**
prof. T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org

Documento produzido com LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 16, segunda-feira.

0.0.1 Revisão

Palavras chave Somas, progressões, indução finita
http://ecalculo.if.usp.br/ferramentas/pif/pif.htm

0.1 Exercícios

1. Indução finita
   (a) (V)[ ](F)[ ] A soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n+1}{4}n$
   (b) (V)[ ](F)[ ] A soma dos n primeiros números naturais é $\frac{n+1}{2}n$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $1+4+\cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{8}$.
   (d) (V)[ ](F)[ ] $1+4+\cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $1+3+\cdots+(2n-1) = n^2$
   (f) (V)[ ](F)[ ] $\sum_{k=0}^{n-1} k^4 = \frac{6n^5-15n^4+10n^3-n}{30}$

2. Indução finita
   (a) (V)[ ](F)[ ] $1+8+\cdots+n^3 = \sum_{k=1}^{n} n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$
   (b) (V)[ ](F)[ ] $1+8+\cdots+n^3 = \sum_{k=1}^{n} n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $n > 1; n^3 < n!$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $n \geq 6; n^3 < n!$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $n \geq 4; n^2 < n!$

3. Indução finita
   (a) (V)[ ](F)[ ] A soma dos n primeiros números ímpares é n^2
   (b) (V)[ ](F)[ ] A soma dos n primeiros números pares é n^2+n
   (c) (V)[ ](F)[ ] $1+r+r^2+\cdots+r^n = r^{n+1}-1$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $1+r+r^2+\cdots+r^n = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}$ para todo $0 < r; r \neq 1$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $1+2+3+\cdots+n = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$

4. Somas Verificamos nas questões anteriores que

$$1+2+\cdots+n = \frac{n^2}{2}+\frac{n}{2} \tag{1}$$
$$1^2+2^2+\cdots+n^2 = \frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{3}+\frac{n}{6} \tag{2}$$
$$1^3+2^3+\cdots+n^3 = \frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4} \tag{3}$$
$$1^4+2^4+\cdots+n^4 = \frac{n^5}{5}-\frac{n^4}{2}+\frac{n^3}{3}-\frac{n}{30} \tag{4}$$

O que sugere[1] que a soma de uma "progressão de grau n" é obtida com um polinômio de grau $n+1$ e esta questão vai conduzí-l@ à esta demonstração.

Para começar, escreva as potências de 11 uma abaixo da outra começando com a potência zero até a quarta potência.

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se P for um polinômio de grau n então $P(x+1)-P(x)$ será um polinômio de grau $n+1$ e vale a recíproca, um polinômio do grau $n+1$ é a dado pela diferença $P(x+1)-P(x)$ de um polinômio de grau n.
   (b) (V)[ ](F)[ ]Se P for um polinômio de grau n então $P(x+1)-P(x)$ será um polinômio de grau $n-1$ e vale a recíproca, um polinômio do grau $n-1$ é a dado pela diferença $P(x+1)-P(x)$ de um polinômio de grau n.
   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $Q(x) = x^4$ então $\sum_{k=0}^{n} Q(k) = P(n+1)-P(0)$ e P é um polinômio de grau 3. Encontre o polinômio.
   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $Q(x) = x^4$ então $\sum_{k=0}^{n} Q(k) = P(n+1)-P(0)$ e P é um polinômio de grau 5. Encontre o polinômio.
   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $Q(x) = x^5$ então $\sum_{k=0}^{n} Q(k) = P(n+1)-P(0)$ e P é um polinômio de grau 6. Encontre o polinômio.

[1] experimentos sugerem teoremas... mas eles precisam ser provados!