Cálculo I | **NAF** 6 de junho de 2010
Integral e derivada | **tarcisio@member.ams.org**
prof. T. Praciano-Pereira | **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX   sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data terça-feira. dia 08 de Junho

0.0.1 Objetivo

Uma oportunidade final para melhorar sua nota!

Esta prova contém cinco questões de múltipla escolha e cada questão vale 2 (dois) pontos. Uma questão será considera correta se você selecionar **todas** as opções verdadeiras e escrever uma *rápida* justificativa para defender a sua escolha *mostrando que você não selecionou ao acaso*.

A prova começa 19:00 e termina 21:30, portanto você tem 2 horas e meia para fazê-la o que lhe dá meia hora para cada questão.

Você tem irrestrita liberdade de trabalho, mas tem que entregar a sua prova individual ao final do tempo. **Sem justificativa** sua seleção é nula e ela *será analisada*.

Palavras chave integral, derivada, coeficientes de Fourier, polinômio de Taylor.

0.1 Exercícios

1. Signficado geométrico da derivada A função f tem seu o gráfico na figura (1).

   (a) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(a, f(a))$ é $f'(a)$, um número negativo e isto significa que o gráfico de f passa no ponto $(a, f(a))$ "decrescendo".

   (b) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(b, f(b))$ é $f'(b)$, um número positivo o quye significa que o gráfico de f passa no ponto $(b, f(b))$ "crescendo".

   (c) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(0, f(0))$ é $f'(0)$ é um número positivo.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Considerando que as marcas que aparecem nos eixos, na figura (1), representem os inteiros, é possível concluir que $\int_a^b f(x)dx$ é positiva.

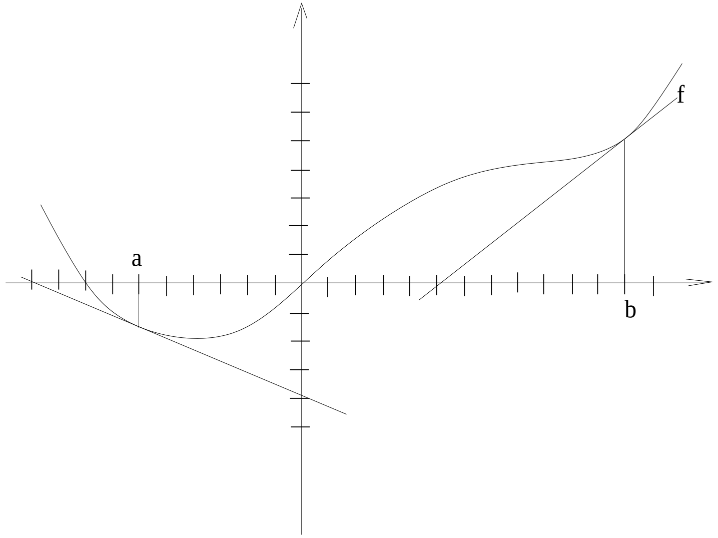

Figura 1: $graf(f)$ com retas tangentes

   (e) (V)[ ](F)[ ] Considerando que as marcas que aparecem nos eixos, na figura (1), representem os inteiros, é possível concluir que $\int_a^b f(x)dx$ é negativa.

2. Binômio de Newton

   (a) (V)[ ](F)[ ]
   $$(p+q)^3 = p^2 + 2pq + q^3$$

   (b) (V)[ ](F)[ ]
   $$(p-q)^3 = p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$$

   (c) (V)[ ](F)[ ]
   $$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Os coeficientes do binômio de Newton são retirados das linhas do Triângulo de Pascal

```
1   -> (p + q)^0
1   1   -> (p + q)^1
1   2   1   -> (p + q)^2
1   3   3   1   -> (p + q)^3
1   4   6   4   1   -> (p + q)^4
1   5   10  10  5   1   -> (p + q)^5
1   6   15  20  15  6   1   -> (p + q)^6
1   7   21  35  35  21  7   1   -> (p + q)^7
```

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4q^4;$$

3. Derivada e integral

(a) (V)[ ](F)[ ]Se $f(x) = (x+3)(3-x)(x+2)$ então

$$f'(x) = (3-x)(x+2) + (x+3)(x+2) + (x+3)(3-x)$$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = (x-3)(x-2)(x+4)$ então

$$f'(x) = (x-3)(x-2) + (x-3)(x+4) + (x-2)(x+4)$$

(c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ e u, v forem funções deriváveis, então $f'(x) = \frac{u(x)v'(x)-u'(x)v(x)}{v(x)v(x)}$

(d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = \sin(u(x))$ e $u(x)$ for uma função derivável, então $f'(x) = \cos(u(x))u'(x)$.

(e) (V)[ ](F)[ ] Se $u(x)$ for uma função diferenciável e sobrejetiva definida no intervalo $[a,b]$ com valores no intervalo $[c,d]$ então é possível mudar a variável na integral $\int\limits_c^d f(x)dx$ para obter $\int\limits_a^b f(u(t))u'(t)dt$

4. Polinômios trigonométricos $f(x) = \|x\|$ e os coeficientes a_k e b_k são os coeficientes de Fourier de f tal que

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$

é o polinômio trigonométrico de f no intervalo $[-\pi, \pi]$.

(a) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = \pi$

(b) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = \frac{\pi}{2}$

(c) (V)[ ](F)[ ] $a_1 = -4/\pi;\ b_1 = 0;$

(d) (V)[ ](F)[ ] $a_2 = 0;\ b_2 = 0;$

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$a_n = \begin{cases} \text{Se } n \text{ par } 0; \\ \text{Se } n \text{ impar } \frac{-4}{\pi n^2}; \end{cases} \tag{1}$$

$$b_n = 0; \tag{2}$$

O programa "`exer_naf_04.gnuplot`" mostra o gráfico deste polinômio trigonométrico, procure no link "programas".

5. Derivada e integral

(a) (V)[ ](F)[ ] Como um valor aproximado

$$\mathbf{e} = 1 + 1 + \cdots + 1/n!\ ;\ n \geq 2$$

(b) (V)[ ](F)[ ] Como um valor aproximado

$$\mathbf{e} = 1 - 1 + \cdots + (-1^n)/n!\ ;\ n \geq 2$$

(c) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$$\begin{cases} I(a) = \int\limits_0^a x f(x)dx = \\ I(a) = \frac{1}{2}\int\limits_0^a \frac{2x}{1+x^2}dx = \\ I(a) = J(b) = \frac{1}{2}\int\limits_1^b \frac{du}{u} = ln(b);\ b = \frac{2a}{1+a^2} \end{cases}$$

(d) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = ln(x)$ e se $a, b > 0$ então

$$\begin{cases} \int\limits_a^b ln(x)dx = \\ = x\ln(x)|_a^b - \int\limits_a^b dx = \\ = b\ln(b) - a\ln(a) - (b-a) = F(b) - F(a) \\ F(x) = x\ln(x) - x; \end{cases}$$

(e) (V)[ ](F)[ ] Se $y - y'' = 0$ então $f(x) = e^{ix}$ é uma solução desta equação diferencial.