Cálculo I	**Lista número 14**
Aplicações	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	25 de maio de 2010
página da disciplina	www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

0.1 Informações

Data da entrega da lista: dia 31 de Maio, segunda-feira.

0.1.1 Objetivo

Aplicações diversas de derivada e integral.

Esta lista está em preparação, quando estiver pronta esta observação irá desaparecer.

Palavras chave derivada, desenvolvimento limitado. funções ortogonais, média, média integral, polinômio de Taylor, programação, soma de Riemann, teorema fundamental do Cálculo, valor aproximado da integral,

0.1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito. Avalie o trabalho do professor.

Acrescente estas perguntas como última questão do trabalho, ela não será avaliada, mas será usada na correção do planejamento.

- Você encontrou alguma coisa interessante nesta disciplina ? indique qual.
- Do ponto de vista de "objetividade", você tem alguma crítica quanto à estrutura do meu trabalho ? especifique.

Definição 1 (Espaço de funções) *Produto Escalar*

Se f, g forem funções integráveis no intervalo $[a, b]$ definimos o produto esclar entre elas por

$$\int_a^b f(x)g(x)dx$$

0.2 Exercícios

1. Geometria Desenhe os vetores para apoiar a sua intuição.
   (a) (V)[ ](F)[ ] O produto escalar entre os vetores $u = (2, 4),\ v = (-4, 2)$ é zero e isto significa que eles são perpendiculares.
   (b) (V)[ ](F)[ ] O módulo do vetor $u = (-2, -4)$ é igual ao módulo do vetor $v = (3, 2)$ o que significa que ambos pertencem ao mesmo círculo de centro na origem e raio r.
   (c) (V)[ ](F)[ ] O módulo do vetor $u = (3, -4)$ é igual ao módulo do vetor $v = (-4, 3)$ o que significa que ambos pertencem ao mesmo círculo de centro na origem e raio 5.
   (d) (V)[ ](F)[ ] $x^2 + y^2 = 5^2$ é o conjunto dos vetores
   $$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ |(x, y)| = 5\}$$
   (e) (V)[ ](F)[ ] O ângulo entre os vetores $u = (2, 4, -3)$ e $v = (-4, 2)$ é $\frac{\pi}{4}$
2. Duas funções ortogonais Vou estudar, nesta questão, propriedades das funções $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = \cos(x)$. Análise as integrais geométricamente também, como um método para testar os seus cálculos.
   (a) (V)[ ](F)[ ]
   $$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x)\cos(x)dx = 0;\ u(t) = \sin(x);\ du(t)dt = \cos(x)dx \quad (1)$$
   $$\int_{-1}^{1} u(t)du(t)dt = \int_{-1}^{1} udu = 0 \quad (2)$$
   (b) (V)[ ](F)[ ]
   $$\int_{0}^{2\pi} \sin(x)\cos(x)dx = 0;\ u(t) = \cos(x);\ -du(t)dt = \sin(x)dx \quad (3)$$
   $$\int_{0}^{2\pi} \sin(x)\cos(x)dx = -\int_{1}^{-1} u(t)du(t)dt = \int_{-1}^{1} udu = 0 \quad (4)$$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(x)dx$ é um valor médio.
   (d) (V)[ ](F)[ ] $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(x)dx$ é um valor médio.

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x dx = 0; \\ a_1 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\cos(x)dx = 0;\ b_1 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\sin(x)dx = 2; \\ a_2 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\cos(2x)dx = 0;\ b_2 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\sin(2x)dx = -1; \\ a_3 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\cos(3x)dx = 0;\ b_3 = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\sin(3x)dx = 2/3; \\ a_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\cos(kx)dx = 0; \\ b_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\sin(kx)dx = (-1)^{k+1}\frac{2}{k}; \end{cases} \tag{5}$$

(f) Faça o gráfico, com gnuplot

$$f(x) = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\frac{2}{k}\sin(kx) = \sum_{k=1}^{n} b_k\sin(kx)$$

um polinômio de cosenos. O programa `fourier.gnuplot` calcula os coeficientes e faz o gráfico do polinômio trigonométrico.

3. Álgebra Linear em dimensão não finita

(a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x^2$ então $\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(x)dx = 0$ e isto significa que os vetores $y = f(x), y = e_1(x) = \sin(x)$ são perpendiculares.

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(x)dx = 0$ e isto significa que os vetores $y = f(x), y = f_1(x) = \cos(x)$ são perpendiculares.

(c) (V)[ ](F)[ ] Os vetores $e_1(x) = \sin(x), f_1(x) = \cos(x)$ são perpendiculares porque $\int\limits_{-\pi}^{\pi} e_1(x)f_1(x)dx = 0$

(d) (V)[ ](F)[ ] Os vetores $e_k(x) = \sin(kx), f_j(x) = \cos(jx)$ são perpendiculares porque $\int\limits_{-\pi}^{\pi} e_k(x)f_j(x)dx = 0$

(e) (V)[ ](F)[ ] Os vetores e_k, e_j são perpendiculares para diferentes valores de k, j o mesmo acontecendo com os vetores f_j, f_k, consequentemente a família de vetores $(f_j, e_k)_{j,k\in\mathbf{N}}$ é uma base de vetores *ortogonais* para o espaço das ondas eletromagnéticas.

4. Uma equação diferencial

(a) (V)[ ](F)[ ] Uma expressão como $y'' - y = 0$ se chama uma equação diferencial porque a principal operação que a caracteriza é a diferenciação.

(b) (V)[ ](F)[ ] $y = \sin(x), y = \cos(x)$ são soluções da equação diferencial $y'' - y = 0$.

(c) (V)[ ](F)[ ] $y = e^{ix}$ é uma solução da equação diferencial $y'' - y = 0$.

(d) (V)[ ](F)[ ] $y = 3\sin(x) - 5\cos(x)$ é uma solução da equação diferencial $y'' - y = 0$.

(e) (V)[ ](F)[ ] $y = A\sin(x) + B\cos(x)$ é uma solução da equação diferencial $y'' - y = 0$, para quaisquer constantes $A, B \in \mathbf{R}$.