



Cálculo I
integralção
prof. T. Praciano-Pereira

Lista número 12-b 14 de maio de 2010
tarcisio@member.ams.org
Dep. de Computação UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org

Documento produzido com L^AT_EX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 17 de Maio, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

Cálculo de integrais

Palavras chave métodos de integração

0.1 Exercícios

1.

$$\begin{array}{ccc} \int_0^a x^2 e^x dx & \int_0^a x^2 \cos(x) dx & \int_0^a x^2 \sin(x) dx \\ \int_0^a \sin(x) e^x dx & \int_0^a \cos(x) e^x dx & \int_0^a \cos^2 dx \\ \int_0^{\pi} \sin^2 dx & \int_0^{\pi} \sin(ax) \cos(bx) dx & \int_0^{\pi} x^2 \sin(ax) dx \end{array}$$

2. Se P for um polinômio de grau n então $\int_0^a P(x)e^x dx = \sum_{k=0}^n (-1)^k (P^{(k)}(a)e^a - P^{(k)}(0))$

3.

$$\int_0^t e^{ax} dx \quad \int_0^t e^{-t} dt \quad \int_0^t e^{-2x} dx$$

4. Radiotividade. O decaimento radiotivo de uma substância é descrito pela expressão (equação diferencial)

$$y' = ay ; a < 0$$

A constante a depende do material radiotivo (lhe é específica).

(a) $(V)[](F)[]$ A expressão da quantidade existente do material, como função do tempo, é

$$y = Ke^{at}$$

de modo que no momento $t_0 = 0$ o número positivo K representa a quantidade inicial existente deste material.

(b) $(V)[](F)[]$ O gráfico para $t > 0$ da quantidade de material radiativo é o que você na figura (1) página 2,

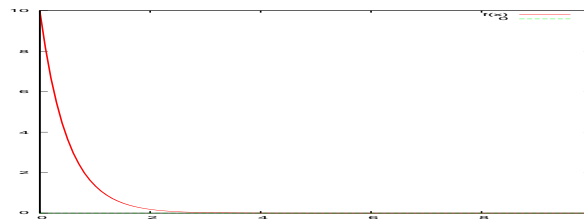


Figura 1:

(c) $(V)[](F)[]$ O gráfico para $t > 0$ da quantidade de material radiativo é o que você na figura (2) página 2,

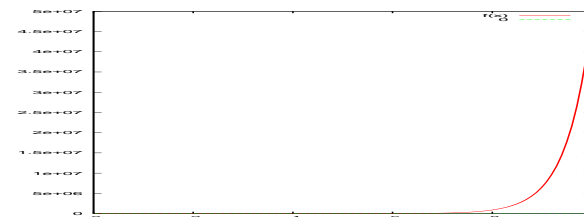


Figura 2:

(d) $(V)[](F)[]$ A vida média deste material é o valor do tempo em que a quantidade do material atingir a metade do valor inicial (quando $t = 0$) é $-\ln(2)/a$.

(e) $(V)[](F)[]$ A quantidade de radiotividade liberada pelo material no intervalo $[0, t_0]$ é

$$K \int_0^{t_0} e^{at} dt = K \frac{e^{at}}{a} \Big|_0^{t_0}$$

5. Velocidade

(a) (V)[](F)[] Como a derivada de $y = f(t) = e^{at}$ é $y' = af(t)$ isto significa

$$y' = ay \quad \text{a velocidade com que } y \text{ se altera é proporcional a } y$$

$$a < 0 \quad y \text{ é decrescente}$$

(b) (V)[](F)[] O crescimento (derivada) de uma massa biológica é descrito por uma função exponencial na presença de alimento abundante, porque o crescimento da massa biológica é proporcional à massa existente.

(c) (V)[](F)[] O decrescimento da radiatividade (do material radiativo) é descrito por uma função exponencial porque decresce na proporcional com que o material se desintegra.

(d) (V)[](F)[] Se $y = v(t)$ é a equação da velocidade de um corpo então a distância percorrida entre os instantes t_0 e t_1 é

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t) dt;$$

(e) (V)[](F)[] Dois motoristas que dirigem numa estrada em que a velocidade máxima é rigorosamente controlada, iniciam a viagem juntos no tempo t_0 . No instante t_1 um dos motoristas para num posto para abastecer enquanto que o outro segue a viagem sem parar. É possível que o motorista que parou alcance o que não parou supondo que ambos viagem sempre à velocidade máxima permitida.

6. Integral

(a) (V)[](F)[] No item 5e a velocidade média dos dois motoristas pode ser a mesma.

(b) (V)[](F)[] No item 5e a velocidade média dos dois motoristas não pode ser a mesma.

(c) (V)[](F)[] A figura (3) página 4, traz os gráficos das velocidades de dois veículos numa estrada. É possível que a velocidade média deles seja igual.

(d) (V)[](F)[] Considerando a velocidade de dois veículos, numa mesma estrada, descrita pela figura (3) página 4, se pode concluir que os veículos passaram por três quebra-molas neste trecho.

(e) (V)[](F)[] Considerando a velocidade de dois veículos, numa mesma estrada, descrita pela figura (3) página 4, se pode concluir que num dos veículos o motorista dirige sempre a uma velocidade inferior à velocidade máxima se o outro dirigir sempre à velocidade máxima.

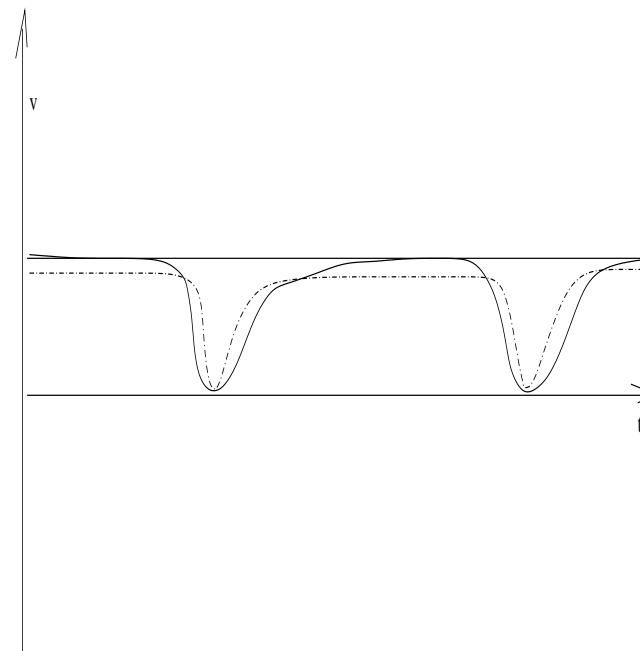


Figura 3: A velocidade de dois carros