Cálculo I	**Lista número 12**
Soma de Riemann, média	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	10 de maio de 2010
página da disciplina	www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

0.1 Informações

Data da entrega da lista: dia 17 de Maio, segunda-feira.

0.1.1 Objetivo

Estudo de médias e a média integral de uma função.

O programa `exer12_05.calc` foi usado na preparação desta lista.

Palavras chave média integral, média aritmética ponderada, pesos.

0.1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

0.2 Exercícios

1. Médias - aritmética simples e ponderada

   (a) (V)[ ](F)[ ] A média entre dois números P, Q é qualquer número M tal que $P \leq M \leq Q$.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A média entre dois números P, Q é um único número M tal que $M = \frac{P+Q}{2}$.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A média aritmética entre dois números P, Q é um único número M tal que $M = \frac{P+Q}{2}$.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 1$ então

   $$s_1p_1 + s_2p_2 + s_3p_3 + s_4p_4 \tag{1}$$

   é a média aritmética ponderada entre os números p_1, p_2, p_3, p_4 relativamente aos pesos s_1, s_2, s_3, s_4 tomados nesta ordem.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Como $f(x) = x^2$ é integrável então uma soma de Riemann produz uma aproximação de sua integral em qualquer intervalo e $\frac{1}{3}\sum_{k=0}^{9} f(1+k\Delta x)\Delta x$; $\Delta x = \frac{3}{10}$ é uma média aritmética de $f(x) = x^2$ no intervalo $[1, 4]$ de uma *amostragem* contendo 10 valores colhidos uniformente no intervalo.

2. Valor médio integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] $\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k)\Delta x$ é uma soma de Riemann para f no intervalo $[a, b]$.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se no intervalo $[a, b]$ for criada uma partição uniforme com n nós, então $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ e $\sum_{k=0}^{n-1} \Delta x = b - a$

   (c) (V)[ ](F)[ ]
   $\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a + k\Delta x)\Delta x$ é uma média aritmética ponderada de uma seleção uniforme de n valores de f no intervalo $[a, b]$.

   (d) (V)[ ](F)[ ] $\frac{1}{b-a}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\Delta x)\Delta x$ é uma média aritmética ponderada de uma seleção uniforme de n valores de f no intervalo $[a, b]$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Como uma soma de Riemann relativa ao intervalo $[a, b]$ é uma aproximação para a integral de uma função neste intervalo então a média aritmética no item 2d mostra que $\frac{1}{b-a}\int_a^b f$ é um valor médio de f no intervalo $[a.b]$ chamado **valor médio integral** de f no intervalo $[a, b]$.

3. valor médio integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] O valor médio integral de $f(x) = x^2$ no intervalo $[-1, 1]$ é $\frac{1}{3}$

   (b) (V)[ ](F)[ ] O valor médio integral de $f(x) = x^2$ no intervalo $[-2, 3]$ é $\frac{7}{3}$

   (c) (V)[ ](F)[ ] $\int_{-2}^{3} x^2dx = \frac{7}{3}(3 - (-2)) = \frac{35}{3}$

   (d) (V)[ ](F)[ ] O valor médio integral de

   $$H(x) = \begin{cases} x <= 0 & -1 \\ x > 0 & 1 \end{cases} \tag{2}$$

   no intervalo $[-5, 5]$ é zero.

(e) (V)[ ](F)[ ] O valor médio integral de

$$H(x) = \begin{cases} x <= 0 & -1 \\ x > 0 & 1 \end{cases} \quad (3)$$

no intervalo $[-5, 15]$ é 0.5.

4. Polinômio de Taylor

$$P(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots a_n(x-a)^n$$

coincide com $f(x) = 2sin(3x+4)$ no ponto ponto $a = 1$ de tal modo que $P(a) = f(a); P'(a) = f'(a); P''(a) = f''(a)$. Então

(a) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = f(a)$
(b) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = f'(a)$
(c) (V)[ ](F)[ ] $a_1 = f(a)$
(d) (V)[ ](F)[ ] $a_1 = f'(a)$
(e) (V)[ ](F)[ ] $a_2 = \frac{1}{2}f''(a)$

5. Polinômio de Taylor e integral $f(x) = sin^2(x)$

(a) (V)[ ](F)[ ] As derivadas de f na origem satisfazem à fórmula

$$a_{(n)} = \begin{cases} n = 0 & 0 \\ n > 0 & 2^2 sin(\frac{n\pi}{2}) \end{cases} \quad (4)$$

(b) (V)[ ](F)[ ] As derivadas de f na origem satisfazem à fórmula

$$a_{(n)} = \begin{cases} n = 0 & 0 \\ n > 0 & 2^{n-1} cos(\frac{n\pi}{2}) \end{cases} \quad (5)$$

(c) (V)[ ](F)[ ] O desenvolvimento de Taylor (fórmula de Taylor) na origem de f é

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{a_k x^k}{k!}; \quad a_{(k)} = \begin{cases} k = 0 & 0 \\ k > 0 & 2^{k-1} cos(\frac{k\pi}{2}) \end{cases} \quad (6)$$

(d) (V)[ ](F)[ ] O valor médio de $f(x) = sin^2(x)$ no intervalo $[0, \pi]$ é $\frac{1}{3}$
(e) (V)[ ](F)[ ] O valor médio de $f(x) = sin^2(x)$ no intervalo $[0, \pi]$ é $\frac{1}{2}$

6. Regra de integração Integração por partes.

(a) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_1^a ln(x)dx = xln(x)|_1^a - \int_1^a dx \quad (7)$$

$$\int_1^a ln(x)dx = xln(x)|_1^a - (a-1) = (xln(x) - x)|_1^a \quad (8)$$

(b) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_0^a x\sin(x)dx = x\cos(x)_0^a - \int_0^a \sin(x)dx \quad (9)$$

$$\int_0^a x\sin(x)dx = (x\cos(x) - \cos(x))_0^a \quad (10)$$

(c) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_0^a x\sin(x)dx = -x\cos(x)_0^a + \int_0^a \cos(x)dx \quad (11)$$

$$\int_0^a x\sin(x)dx = (-x\cos(x) + \sin(x))_0^a \quad (12)$$

(d) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_0^a \sin(x)\cos(x)dx = \sin^2(x)|_0^a - \int_0^a \sin(x)\cos(x)dx \quad (13)$$

$$2\int_0^a \sin(x)\cos(x)dx = \sin^2(x)|_0^a \quad (14)$$

$$\int_0^a \sin(x)\cos(x)dx = \frac{\sin^2(x)|_0^a}{2} = \frac{\sin^2(a)}{2} \quad (15)$$

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_0^a xe^x dx = xe^x|_0^a - \int_0^a e^x dx \quad (16)$$

$$\int_0^a xe^x dx = xe^x|_0^a - e^x|_0^a \quad (17)$$

$$\int_0^a xe^x dx = (xe^x - e^x)|_0^a \quad (18)$$

$$\int_0^a xe^x dx = ae^a - e^a - 1 \quad (19)$$