Cálculo I | **Lista número 07** 29 de março de 2010
Integral: visão intuitiva | **tarcisio@member.ams.org**
prof. T. Praciano-Pereira | **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX | sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 04 de Abril, segunda-feira. Não vou mais receber trabalhos atrazados (para correção), eles serão recebidos apenas para registro da frequência e lhes serão atribuidos a nota mínima 04 (quatro).

0.1 Objetivo

Esta lista está baseada no texto que se encontra na página. O objetivo é passar-lhe uma visão geométrica da integral e do seu cálculo aproximado. É recomendado que você leia sobre integral - introdução, em qualquer livro de Cálculo que você possa encontrar na biblioteca.

Palavras chavedistância e velocidade, integral, soma de Riemann, interpretação geométrica da integral, domínio de integração, quantidade de um fenômeno, velocidade e distância.

0.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

1 Exercícios

1. Significado geométrico da integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x+4$ A integral $\int_{-4}^{10} f$ corresponde à área de um triângulo cuja base mede 14, a altura mede 14 portanto $\int_{-4}^{10} f = 50$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x+4$ A integral $\int_{-4}^{10} f$ corresponde à área de um triângulo cuja base mede 14, a altura mede 14 portanto $\int_{-4}^{10} f = 98$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^{0} f$ é um número positivo e vale 50.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^{10} f = 0$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^{10} f = \int_{10}^{-10} f$.

2. Propriedades da integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $h(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^{3} f = 0$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $h(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^{3} f < 0$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $h(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{3}^{-5} f > 0$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $h(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{3}^{5} f > 0$

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $h(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^{-7} f > 0$

3. O cálculo de algumas integrais Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int_{-3}^{5} f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(5-(-3)) > 0$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int_{5}^{-3} f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(-3-5) < 0$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-3}^{5} g = \frac{g(-3)+g(5)}{2}(5-(-3)) > 0$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int_{a}^{b} f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a) > 0$

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int_{a}^{b} f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a)$ e o sinal depende dos valores de a e de b.

4. O cálculo de algumas integrais Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

   (a) (V)[ ](F)[ ] $\int_{0}^{10} -x = -50$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x$ então $\int_{0}^{a} f = F(a) = \frac{a^2}{2}$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x+3$ então $\int_{0}^{a} f = \int_{0}^{a} x + \int_{0}^{a} 3$

(d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x + 3$ então $\int_{-3}^{5} f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(5 - (-3))$

(e) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x + 3$ então $\int_{a}^{b} f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b - a)$

5. Cálculo da integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = mx$ então $\int_{0}^{a} f = \frac{f(a)+f(0)}{2}a = m\frac{x^2}{2}$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = 3x$ então $\int_{-3}^{3} f = \frac{f(3)+f(-3)}{2}(3 - (-3)) = 0$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = 3$ então $\int_{0}^{a} f = f(a)a$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = 3$ então $\int_{a}^{b} f = f(a)(b - a) = f(b)(b - a)$

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = m$ então $\int_{0}^{t} f = f(t)t = mt$

6. Aplicação da integral. Velocidade e distância

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se a velocidade de um corpo for constante igual a m então a distância percorrida entre os instantes t_0 e t_1 será $\int_{t_0}^{t_1} m = m(t_1 - t_0$

   (b) (V)[ ](F)[ ] A distância mede a quantidade de velocidade entre dois instante dados: $s = \int_{t_0}^{t_1} v = m(t_1 - t_0$ se a velocidade for constante igual a m .

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se o movimento for *uniformemente acelerado*[1] então a equação da velocidade é $v(t) = mt$ e a distância percorrida entre dois instantes t_0 e t_1 será

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t) = \frac{v(t_0)+v(t_1)}{2}(t_1 - t_0) \quad \int_{t_0}^{t_1} v(t) = \frac{mt_0 + mt_1}{2}(t_1 - t_0) \tag{1}$$

   (d) (V)[ ](F)[ ] No caso de um corpo que cai em queda livre (sem considerar a resistência do ar) considerando $t_0 = 0$ a distância percorrida até o instante t será

$$\int_{0}^{t} gt = \frac{1}{2}gt^2$$

[1] O movimento se diz uniformemente acelerado quando a aceleração é constante, o movimento da Terra em volta do Sol não é uniformemente acelerado porque em alguns momentos a Terra se encontra mais próxima do Sol.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se houver uma velocidade inicial, no caso do corpo em queda livre, então a velocidade será $v(t) = v_0 + gt$ e a distância percorrida será

$$s = \int_{0}^{t} v(t) = \int_{0}^{t} v_0 + gt = \int_{0}^{t} v_0 + \int_{0}^{t} gt \tag{2}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \tag{3}$$

7. Representação geométrica da integral Considere os gráficos na figura (1) página 4,

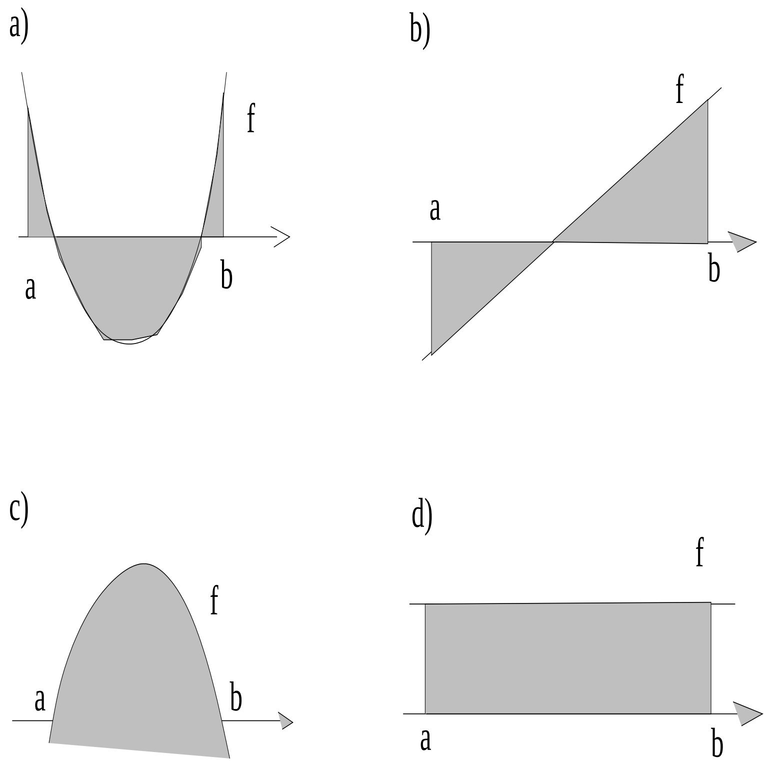

Figura 1: gráficos de integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] O gráfico (a) representa a integral de uma parábola e é formado de duas áreas algébricas positivas e uma área algébrica negativa.

(b) (V)[ ](F)[ ] O gráfico (a) representa a integral de uma párabola e é formado de duas áreas algébricas positivas ou negativas, isto depende do sentido em que for calculada a integral.

(c) (V)[ ](F)[ ] A integral $\int\limits_a^b f$ no gráfico (d) representa uma área positiva e a integral $\int\limits_b^a f$ representa uma área negativa.

(d) (V)[ ](F)[ ] A integral $\int\limits_a^b f$ no gráfico (c) representa uma área positiva.

(e) (V)[ ](F)[ ] No gráfico (b), se $\frac{a+b}{2} = 0$ o gráfico representa uma área estritamente positiva (maior do que zero).