Calculo I	**Lista número 12**
Integração	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	24 de outubro de 2009
página da disciplina	www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Informações

Por favor , siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina.

Data da entrega da lista: dia 3 de novembro, terça-feira.

1.1 Objetivo

Deerivação e integração

Palavras chave derivada, integral

1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito. Responda as perguntas de avaliação do trabalho do professor.

2 A integral

1. Integral Represente geometricamente (gráfico) e calcule as integrais:

   a) $\int\limits_{-3}^{10}(x+3)$ b) $\int\limits_{3}^{10}(x+3)$ c) $\int\limits_{10}^{-3}(x+3)$ d) $\int\limits_{10}^{3}(x+3)$

   e) $\int\limits_{10}^{3}(3-x)$ f) $\int\limits_{-3}^{10}(3-x)$ g) $\int\limits_{3}^{10}(3-2x)$ h) $\int\limits_{10}^{-3}(3-3x)$

   i) $\int\limits_{-3}^{10}\frac{3-2x}{4}$ j) $\int\limits_{-3}^{10}\frac{3-2x}{5}$ k) $\int\limits_{10}^{-3}\frac{1-3x}{2}$ l) $\int\limits_{10}^{-3}-\frac{1-2x}{3}$

2. Derivadas Calcule as derivadas das funções

   a) $f(x)=\tan(x)$ b) $f(x)=x\tan(x)$ c) $f(x)=\sin(x^2+3x)$
   d) $f(x)=\tan(x^2+3x)$ e) $f(x)=A\sin(x)+B\cos(x)$ f) $f(x)=\sin(Ax)$

g) $f(x)=\sin^2(x)-2\sin(x)\cos(x)+\cos^2(x)$
h) $f(x)=\sin^3(x)+3\sin^2(x)\cos(x)+3\sin(x)\cos^2(x)+\cos^3(x)$
i) $f(x)=\sin^3(x)-3\sin^2(x)\cos(x)+3\sin(x)\cos^2(x)-\cos^3(x)$

3. A derivada da função inversa $Asin(x)$. Se $f(x)=Asin(x)$ e $y=g(x)=\sin(x)$ então $f(g(x))=x$ portanto f,g é um par de funções inversas.

   (a) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=f(g'(x))g(x)$
   (b) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=f'(g(x))g'(x)$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=(x)'=1$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=\frac{1}{g(x)}$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=\frac{1}{g'(x)}$
   (f) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=\frac{1}{\cos(x)}$
   (g) (V)[ ](F)[ ]

   $$f'(g(x))=\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(x)}}=f'(\sin(x))\;\Rightarrow\;f'(y)=\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$$

   Conclusão: A derivada de $f(x)=Asin(x)$ é $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

4. A derivada da função inversa $Acos(x)$. Se $f(x)=Acos(x)$ e $y=g(x)=\cos(x)$ então $f(g(x))=x$ portanto f,g é um par de funções inversas.

   (a) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=f(g'(x))g(x)$
   (b) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=f'(g(x))g'(x)$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $(f(g(x)))'=(x)'=1$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=\frac{1}{g(x)}$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=\frac{1}{g'(x)}$
   (f) (V)[ ](F)[ ] $f'(g(x))=-\frac{1}{\sin(x)}$
   (g) (V)[ ](F)[ ]

   $$f'(g(x))=-\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2(x)}}=-f'(\cos(x))\;\Rightarrow\;f'(y)=-\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$$

   Conclusão: A derivada de $f(x)=Asin(x)$ é $f'(x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

5. *teorema fundamental do Cálculo* Seja $y=f(x)$ uma função contínua definida na reta.

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x)=2x-3$ então $\int\limits_a^b f(t)=a^2-3a+3b-b^2$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = 2x - 3$ então $\int_a^b f(t) = b^2 - 3b + 3a - a^2$

(c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = 2x - 3$ então $\int_a^b f(t) = F(b) - F(a)$ com

$$F(x) = x^2 - 3x$$

6. *teorema fundamental do Cálculo* $f(x) = 3x + 4$ então

(a) (V)[ ](F)[ ] $\int_a^b f(t) = F(a) - F(b)$ com $F(x) = \frac{3x^2}{2} + 4x$

(b) (V)[ ](F)[ ] $\int_a^b f(t) = F(b) - F(a)$ com $F(x) = \frac{3x^2}{2} + 4x$

7. Procure num livro de Cálculo o *teorema fundamental do Cálculo* e identifique o que foi usado, deste teorema, nas questões 5 e 6

8. Se $f(x) = sin(x)$ então

(a) (V)[ ](F)[ ] $f'(x) = -cos(x)$

(b) (V)[ ](F)[ ] $f'(x) = cos(x)$

(c) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = sin(x)$

(d) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = -sin(x)$

(e) (V)[ ](F)[ ] $f'''(x) = -cos(x)$

(f) (V)[ ](F)[ ] $f''''(x) = sin(x)$

9. Sendo $f(x) = sin(x)$ então as derivadas sucessivas de f (*consideramos a derivada de ordem zero a própria função*) calculadas no ponto $a = 0$ são

(a) (V)[ ](F)[ ] $\{-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots\}$

(b) (V)[ ](F)[ ] $\{1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots\}$

(c) (V)[ ](F)[ ] $\{-1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, \dots\}$

(d) (V)[ ](F)[ ] $\{0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots\}$

10. Se $f(x) = A\sin(\omega x) + B\cos(\omega)$ em que A, B, ω são constantes, então

(a) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = \omega^2 f(x)$

(b) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = -f(x)$

(c) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = -f'(x)$

(d) (V)[ ](F)[ ] $f''(x) = -\omega^2 f(x)$

11. Derivação Se $f(x) = cos(cos(2\pi x))$ então

(a) (V)[ ](F)[ ] $f'(x)$ se anula no conjunto $\{-1/2, 1/2\}$;

(b) (V)[ ](F)[ ] $f'(x)$ se anula nos múltiplos inteiros de π

(c) (V)[ ](F)[ ] $f'(x)$ se anula em todos os inteiros;

(d) (V)[ ](F)[ ] o domínio de $y = f(x)$ é $[-1, 1]$.

(e) (V)[ ](F)[ ] o domínio de $y = f(x)$ é $\mathbf{R}$.

(f) (V)[ ](F)[ ] o gráfico de $y = f(x)$ fica inteiramente dentro do retângulo $[-1, 1]$ x $[-acos(1), acos(1)]$

(g) (V)[ ](F)[ ] o gráfico de $y = f(x)$ fica inteiramente dentro da faixa $\mathbf{R}$ x $[0, acos(1)]$

(h) (V)[ ](F)[ ] o gráfico de $y = f(x)$ fica inteiramente dentro da faixa $\mathbf{R}$ x $[acos(1), 1]$

(i) (V)[ ](F)[ ] gráfico de $y = f(x)$ fica inteiramente dentro da faixa $\mathbf{R}$ x $[-acos(1), acos(1)]$

12. Faça um esboço gráfico de $f(x) = cos(cos(2\pi x))$ sem usar `gnuplot`, depois use `gnuplot` para verificar se acertou. Se não tiver acertado tente outra vez. Com gnuplot, use os comandos

```
set xrange [-2:2]
set yrange [-3:3]
plot f(x),0, cos(1), 1
pause -2
```

13. A expressão mais simples da derivada de

$$f(x) = -3cos^5(x) + 10cos^3(x) - 15cos(x)$$

é

(a) (V)[ ](F)[ ] $15cos^4(x)$

(b) (V)[ ](F)[ ] $15sin^4(x)$

(c) (V)[ ](F)[ ] $15cos(x)$

(d) (V)[ ](F)[ ] $15sin(x)$

(e) (V)[ ](F)[ ] $15sin^5(x)$

14. A função $f(x) = \begin{cases} x \neq 0 & x^2 sin(\frac{1}{x}) \\ x = 0 & 0 \end{cases}$

(a) (V)[ ](F)[ ] f é contínua no ponto $x = 0$

(b) (V)[ ](F)[ ] o domínio de f é $\mathbf{R}$

(c) (V)[ ](F)[ ] a derivada de f é descontínua em $x = 0$ porque o limite não existe.