Cálculo I	**Lista número 11**
Revisão e treinamento	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	16 de outubro de 2009
página da disciplina	www.calculo.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Informações

Por favor, para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução, preenchendo com os seus dados, ela será usada na correção. Se você quiser entregar o trabalho eletrônicamente, envie o arquivo para o meu e-mail ou entregue em CD na secretária do Curso de Computação. Por favor , siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina. Se o trabalho for feito em equipe, basta um único trabalho ser entregue e neste caso, no cabeçalho, devem estar os nomes completos de tod@s @s alun@s junto com os seus respectivos e-mails. O número de membros de uma equipe não deve ultrapassar três.

Data da entrega da lista: não precisa ser entregue! mas pode!

1.1 Objetivo

Revisão dos tópicos ja estudados, aplicação da derivada, aplicação na Física (Mecânica).

Palavras chave: limite, continuidade, contas, derivada, gráficos, velocidade, aceleração.

1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito. Acrescente as questões sobre avaliação do trabalho do professor.

2 Exercícios

1. A Física diz que a *velocidade* é a *derivada da equação da distância* (deslocamento), em outras palavras, se $y = f(t)$ for a equação do *deslocamento* de um corpo, ao longo do tempo, então $y = f'(t)$ descreve a *velocidade* deste corpo no ponto t.
   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $y = f(t) = at^2 + bt + c$ for a equação do movimento (deslocamento) de um corpo, então a sua velocidade no ponto t será $y' = f'(t) = 2a + bt$
   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $y = f(t) = at^2 + bt + c$ for a equação do movimento (deslocamento) de um corpo, então a sua velocidade no ponto t será $y' = f'(t) = 2at + b$
   (c) (V)[ ](F)[ ] Como a "aceleração" é a derivada da velocidade, então Se $y = f(t) = at^2 + bt + c$ for a equação do movimento (deslocamento) de um corpo, então a velocidade no ponto $\underline{t}$ será $f'(t) = 2at + b$ e a aceleração no ponto $\underline{t}$ será $y'' = f''(t) = 2a$, uma constante.

   (d) (V)[ ](F)[ ] - O movimento em queda livre. Se for verdade que um corpo em queda livre tem o seu deslocamente descrito por uma parábola, então a aceleração da gravidade é uma constante (a única força atuando sobre o corpo em queda livre é a atração da gravidade - desprezado o atrito com o ar). A aceleração é a segunda derivada da equação do deslocamento.

2. A função de Fibonacci é uma sucessão *recursiva* definida pelas equações:

$$\begin{cases} s_0 = 0 \\ s_1 = 1 \\ n \geq 2 \Rightarrow \quad s_n = s_{n-1} + s_{n-2} \end{cases} \tag{1}$$

   (a) (V)[ ](F)[ ] $s_3 = 4$
   (b) (V)[ ](F)[ ] $s_3 = 2$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $s_5 = 5$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $s_5 = 6$
   (e) (V)[ ](F)[ ] $s_{10} = 100$
   (f) (V)[ ](F)[ ] $s_{10} = 55$

3. Expressão computacional Uma função definida sobre o conjunto $\mathbf{R}$ tem a propriedade

$$\forall x, y \in \mathbf{R};\ f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$$

   (a) (V)[ ](F)[ ] $f(0)$ pode valer 0.
   (b) (V)[ ](F)[ ] $f(0)$ pode valer 1.
   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(0) = 1$ então $f(-y) = f(y)$ e f é uma função "par".
   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(0) = 0$ então $f(-y) = -f(y)$ e f é uma função "impar".
   (e) (V)[ ](F)[ ] Suponha que $f(a)$ seja conhecido para algum número $\underline{a}$

$$f(2a) + f(0) = 2f(a)f(-a) \quad \Rightarrow \tag{2}$$
$$\Rightarrow \quad f(2a) + f(0) \in \{2f(a)^2, -2f(a)^2\} \tag{3}$$

   então $f(2a)$ pode ser calculado.
   (f) (V)[ ](F)[ ] Suponha que $f(a)$ seja conhecido para algum número $\underline{a}$

$$f(2a) + f(0) = 2f(a)f(-a) \quad \Rightarrow \tag{4}$$
$$\Rightarrow \quad f(2a) + f(0) \in \{2f(a)^2 - 1, -2f(a)^2\} \tag{5}$$

   então $f(2a)$ pode ser calculado.

(g) (V)[ ](F)[ ] Suponha que $f(a)$ seja conhecido para algum número $\underline{a}$

$$f(2a+a)+f(2a-a)=2f(2a)f(a) \quad \Rightarrow \tag{6}$$
$$\Rightarrow \quad f(3a)=2f(2a)f(a)-f(a) \tag{7}$$

então $f(3a)$ pode ser calculado.

(h) (V)[ ](F)[ ] Conhecido $f(a)$ podemos calcular $f(na)$ para qualquer inteiro positivo $\underline{n}$.

(i) (V)[ ](F)[ ] Conhecido $f(a)$ podemos calcular $f(-a)$ assim podemos calcular $f(na)$ para qualquer inteiro.

4. Na figura (1) página 3, temos a equaçao da velocidade, $y = v(t)$ de um

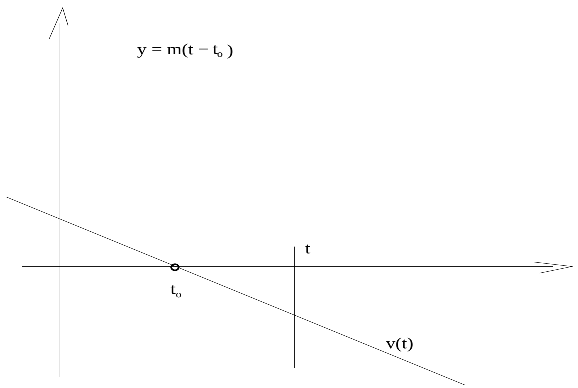

Figura 1: equaçao da velocidade

corpo ao longo do tempo.

(a) (V)[ ](F)[ ] No instante t_0 a velocidade é nula.

(b) (V)[ ](F)[ ] A área limitada pelo gráfico de $y = v(t)$ e pelo eixo do tempo, Ot, entre os "instantes" $\underline{t_0}$ e $\underline{t}$ é $\underbrace{v(t)(t-t_0)}$, *uma função do segundo grau.*

(c) (V)[ ](F)[ ] A área limitada pelo gráfico de $y = v(t)$ e pelo eixo do tempo, Ot, entre os "instantes" $\underline{t_0}$ e $\underline{t}$ é $\underbrace{\frac{v(t)}{2}(t-t_0)}$, *uma função do primeiro grau.*

(d) (V)[ ](F)[ ] A área limitada pelo gráfico de $y = v(t)$ e pelo eixo do tempo, Ot, entre os "instantes" $\underline{t_0}$ e $\underline{t}$ é $\underbrace{\frac{v(t)}{2}(t-t_0)}$, *uma função do segundo grau.*

(e) (V)[ ](F)[ ] Como a velocidade média do corpo no intervalo $[t_0, t]$ é $\frac{v(t)}{2}$ então a área mencionada no item anterior representa a distância percorrida pelo corpo no intervalo $[t_0, t]$, *a distância*, neste caso, *é uma função do segundo grau relativamente à variável "tempo".*

(f) (V)[ ](F)[ ] A equação da distância percorrida pelo corpo com a velocidade descrita na figura (1) é a função do segundo grau

$$y = s(t) = \frac{1}{2}m(t-t_0)^2$$

(g) (V)[ ](F)[ ] Considere a equação da distância percorrida pelo corpo com a velocidade descrita na figura (1). Aceite o tempo "anterior" a t_0. Podemos encontrar outro valor do tempo, t_{-1} em que a distância percorrida entre t_{-1} e t_0 é igual, em módulo a distância percorrida entre t_0 e t_1, mas de sinal contrário, (uma delas é negativa).

(h) (V)[ ](F)[ ] Na figura (2) página 4, podemos ver os gráficos da *acel-*

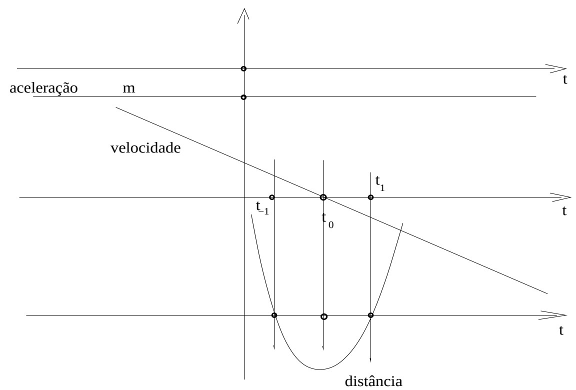

Figura 2: aceleração, velocidade e distância

eração, da *velocidade* e do *deslocamento* de um corpo como função do tempo.

(i) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3) página 5, podemos ver os gráficos da *aceleração*, da *velocidade* e do *deslocamento* de um corpo como função do tempo.

(j) (V)[ ](F)[ ] Na figura (2) página 4, podemos identificar o deslocamento de um corpo lançado para o alto no ponto t_{-1} que retorna ao solo no ponto t_1.

(k) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3) página 5, podemos identificar o deslocamento de um corpo lançado para o alto no ponto t_{-1} que retorna ao solo no ponto t_1.

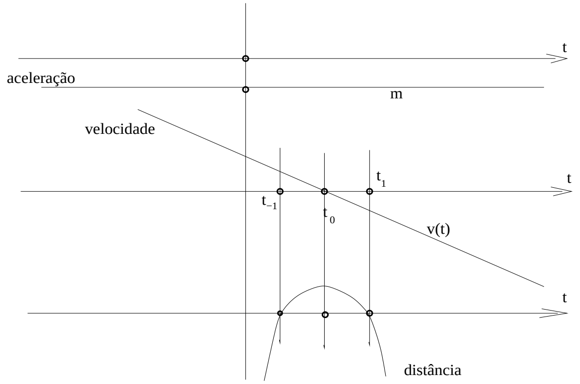

Figura 3: aceleração, velocidade e distância

5. <u>Corpo em queda livre</u>

   (a) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), no ponto t_0 a velocidade é máxima.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), no ponto t_0 a velocidade é zero.

   (c) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), no ponto t_0 como a velocidade é zero este é um ponto de mínimo para a distância percorrida.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), no ponto t_0 como a velocidade é zero este é um ponto de máximo para a altura alcançada no movimento de um corpo lançado para o alto.

   (e) (V)[ ](F)[ ] A figura (3), o ponto t_0 descreve o que podemos ver, quando um corpo lançado para o alto, instantaneamente para, antes de começar a descer. É o ponto de máximo da distância percorrida.

   (f) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), a aceleração $\underline{m}$ é constante e positiva.

   (g) (V)[ ](F)[ ] Na figura (3), a aceleração $\underline{m}$ é constante e negativa.

6. (a) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = x^4 + sin(x)$ entao $f'(x) = x^5 + cos(x)$

   (b) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = x^4 + sin(x)$ entao $f'(x) = 4x^3 + cos(x)$

   (c) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = x^4 sin(x)$ entao $f'(x) = 4x^3 cos(x)$

   (d) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = x^4 sin(x)$ entao $f'(x) = x^4 cos(x) + 4x^3 sin(x)$

   (e) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x^4+x^2+1}$ então $f'(x) = \frac{(2x+3)(x^4+x^2+1)-(x^2+3x+1)(4x^3+2x)}{(x^4+x^2+1)^2}$ e tanto f como f' estão definidas e são contínuas na reta inteira.

   (f) (V)[ ](F)[ ] $f(x) = \frac{1}{1+sin^2(x)}$ então $f'(x) = \frac{2sin(x)cos(x)}{(1+sin^2(x))^2}$ e tanto f como f' estão definidas e são contínuas na reta inteira.

7. Gráficos

   (a) (V)[ ](F)[ ] Na figura (4) podemos ver os gráficos de f e f' restritos

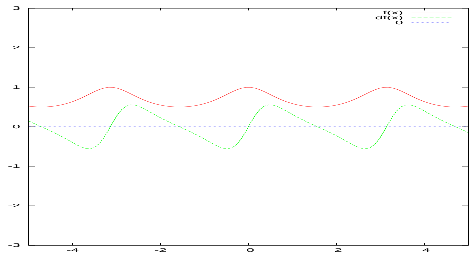

Figura 4: f e f'

   ao intervalo $[-3,3]$ com $f(x) == \frac{2sin(x)}{1+sin^2(x)}$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Na figura (4) podemos ver os gráficos de f e f' restritos ao intervalo $[-3,3]$ com $f(x) == \frac{1}{1+sin^2(x)}$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Na figura (5) podemos ver o gráfico da reta tangente ao

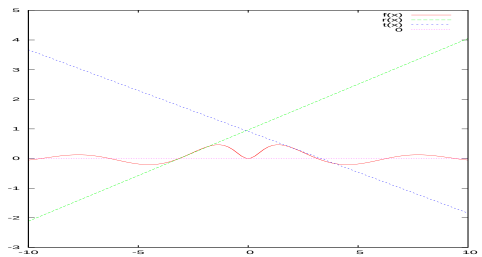

Figura 5: Reta tangente ao gráfico de f

   gráfico de f no ponto $(0, f(0))$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Na figura (5) podemos ver o gráfico das retas tangentes ao gráfico de f nos pontos $(-3, f(-3))$ e $(2, f(2))$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto $(a, f(a))$ é $y = f'(a) + f(a)(x-a)$.

   (f) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto $(a, f(a))$ é $y = f(a) + f'(a)(x-a)$.