



Cálculo I
Derivadas
T. Praciano-Pereira
alun@:

Lista número 07
tarcisio@member.ams.org
Dep. de Computação

Univ. Estadual Vale do Acaraú 13 de setembro de 2009
Documento produzido com L^AT_EX sis. op. Debian/Gnu/Linux

1 Informações

Por favor, siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina. Se o trabalho for feito em equipe, basta um único trabalho ser entregue e neste caso, no cabeçalho, devem estar os nomes completos de tod@s @s alun@s junto com os seus respectivos e-mails. O número de membros de uma equipe não deve ultrapassar três.

Data da entrega da lista: dia 21 de Setembro, segunda-feira.

1.1 Objetivo

Esta lista está baseada

Palavras chave limites notáveis, derivada do seno, derivada do cosseno, cálculo de limites.

1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

2 Exercícios

1. Desigualdades, seno, cosseno, tangente Nesta questão ρ é um pequeno ângulo (pequeno arco do círculo trigonométrico), um elemento de uma sucessão que representa o zero (uma sucessão que tem limite zero). Motivação, figura (1) página 2,

- (a) (V) (F) $\rho \geq \text{sen}(\rho)$
 (b) (V) (F) $\frac{\rho}{2} \geq \text{sen}(\frac{\rho}{2})$
 (c) (V) (F) $\tan(\rho) \geq \rho$
 (d) (V) (F) $\tan(\frac{\rho}{2}) \geq \frac{\rho}{2}$
 (e) (V) (F) $\text{sen}(\rho) < \rho < \tan(\rho)$
 (f) (V) (F) $\text{sen}(\frac{\rho}{2}) \geq \frac{\rho}{2} \geq \tan(\frac{\rho}{2})$

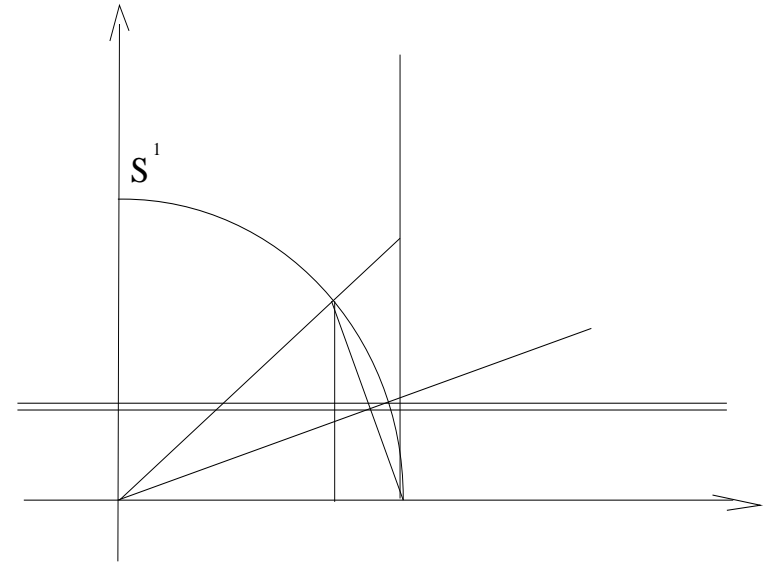


Figura 1:

2. Um limite notável Nesta questão ρ é um pequeno ângulo (pequeno arco do círculo trigonométrico), um elemento de uma sucessão que representa o zero (uma sucessão que tem limite zero).

- (a) (V) (F) $2\text{sen}(\frac{\rho}{2})\cos(\frac{\rho}{2}) = \text{sen}(\rho) \geq \rho \geq \tan(\rho)$
 (b) (V) (F) $\frac{1}{2}\text{sen}(\rho)\cos(\rho) = \frac{1}{4}\text{sen}(2\rho) < \rho/2 < \frac{\tan(\rho)}{2}$
 (c) (V) (F) $\cos(\rho) < \frac{\rho}{\text{sen}(\rho)} < \frac{\tan(\rho)}{\text{sen}(\rho)} = \frac{1}{\cos(\rho)}$
 (d) (V) (F)

$$\cos(\rho) < \frac{\rho}{\text{sen}(\rho)} < \frac{1}{\cos(\rho)} \quad (1)$$

$$\lim_{\rho=0} \cos(\rho) = \lim_{\rho=0} \frac{1}{\cos(\rho)} = 1 \quad (2)$$

- (e) (V) (F) Como a função cosseno é contínua, então

$$\lim_{\rho=0} \cos(\rho) = \cos(0) = 1$$

- (f) (V) (F) Um limite notável $\lim_{\rho=0} \frac{\rho}{\text{sen}(\rho)} = \lim_{\rho=0} \frac{\text{sen}(\rho)}{\rho} = 1$

3. A derivada do $\text{sen}(x)$ Nesta questão ρ é um pequeno ângulo (pequeno arco do círculo trigonométrico), um elemento de uma sucessão que representa o zero (uma sucessão que tem limite zero).

(a) (V)[](F)[] Da figura (1) página 2 se deduz que

$$\text{sen}^2(\rho) + (1 - \cos(\rho))^2 < \rho^2$$

(b) (V)[](F)[] Da relação anterior se deduz que

$$\frac{\text{sen}^2(\rho)}{\rho^2} + \frac{(1 - \cos(\rho))^2}{\rho^2} < 1$$

(c) (V)[](F)[]

$$\lim_{\rho=0} \frac{\text{sen}(\rho)}{\rho} = 1 \implies \lim_{\rho=0} \frac{(1 - \cos(\rho))^2}{\rho^2} = 0 \quad (3)$$

$$\lim_{\rho=0} \frac{(\cos(\rho)^2 - 1)^2}{\rho^2} = 0 \quad (4)$$

$$\lim_{\rho=0} \frac{\cos(\rho)^2 - 1}{\rho} = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{\rho=0} \frac{1 - \cos(\rho)^2}{\rho} = 0 \quad (6)$$

(d) (V)[](F)[]

$$Q_r(\text{sen})(x) = \frac{\text{sen}(x+\rho) - \text{sen}(x)}{\rho} = \quad (7)$$

$$Q_r(\text{sen})(x) = \frac{\text{sen}(x)\cos(\rho) + \cos(x)\text{sen}(\rho) - \text{sen}(x)}{\rho} = \quad (8)$$

$$Q_r(\text{sen})(x) = \text{sen}(x) \frac{\cos(\rho) - 1}{\rho} + \frac{\text{sen}(\rho)}{\rho} \cos(x) \quad (9)$$

$$\lim_{\rho=0} Q_r(\text{sen})(x) = \cos(x) \quad (10)$$

e consequentemente se $f(x) = \text{sen}(x)$ então $f'(x) = \cos(x)$

4. A derivada do $\cos(x)$

(a) (V)[](F)[]

$$Q_\rho(\cos)(x) = \frac{\cos(x+\rho) - \cos(x)}{\rho} \quad (11)$$

$$Q_\rho(\cos)(x) = \frac{\cos(x)\cos(\rho) - \text{sen}(x)\text{sen}(\rho) - \cos(x)}{\rho} \quad (12)$$

$$Q_\rho(\cos)(x) = \cos(x) \frac{\cos(\rho) - 1}{\rho} - \text{sen}(x) \frac{\text{sen}(\rho)}{\rho} \quad (13)$$

$$\lim_{\rho=0} Q_\rho(\cos)(x) = -\text{sen}(x) \quad (14)$$

(b) (V)[](F)[] $\lim_{\rho=0} Q_\rho(\cos)(x) = -\text{sen}(x)$

(c) (V)[](F)[] A derivada de $g(x) = \cos(x)$ é $f'(x) = -\text{sen}(x)$

5. Derivadas

(a) (V)[](F)[]

$$f(x) = x^2 \sin(x) \implies f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$$

(b) (V)[](F)[]

$$f(x) = x^2 \sin(x) \implies f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$$

(c) (V)[](F)[]

$$f(x) = (x^2 + 3x) \cos(x) \implies f'(x) = (2x + 3) \sin(x) + (x^2 + 3x) \cos(x)$$

(d) (V)[](F)[]

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) \implies f'(x) = 2 \cos^2(x) + 2 \sin^2(x)$$

(e) (V)[](F)[]

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) \implies f'(x) = 2 \cos^2(x) - 2 \sin^2(x) = 2 \cos(2x)$$

```
define prog(n,m) {
  if (n < m) {print n*sin(1.0/n); prog(n+1);}
  else print n*sin(1.0/n);
}
```